

numéro 1

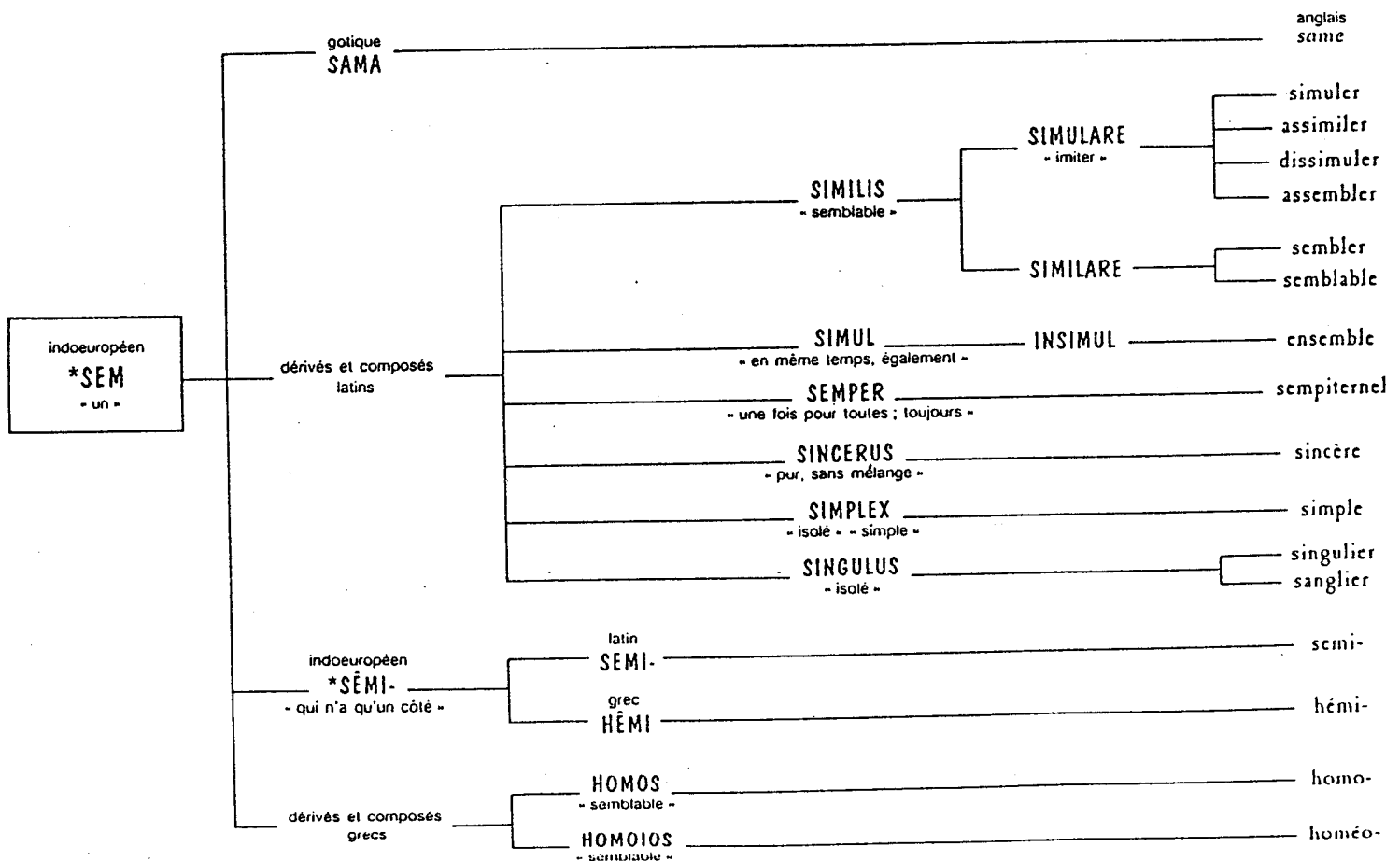
septembre 1993

[a r k h a i]
Αρχαί

Identitas identitatum

Similitudes et relativité - Les définitions de l'identité -
 Quelques formalités - Théorie et pratique de la
 génidentité - Génidentité des éléments - Retour au
 principe de l'identité des indiscernables - Référence,
 identité et opacité - L'identité et l'unité.

la notion d'identité : SEMBLABLE



[Tableau tiré du Robert Historique, p. 1914]

Peu de questions ont mené à autant de confusions que celles concernant l'identité. Je me propose dans cet article de tenter d'éclaircir ce concept qui, depuis les origines, a été un objet d'investigation philosophique.

Similitudes et relativité

Il est utile, avant d'aborder l'identité proprement dite, de dire quelques mots sur la similitude. La parenté linguistique de l'identité et de la similitude est esquissée par le tableau de la page de titre, tiré du Robert historique¹; pour les besoins de notre cause, on peut y ajouter le mot grec εἶς (un) qui vient lui aussi de la racine *sem- via *sems.

Parmi les similitudes, on se restreint souvent à celles qui déterminent une *relation d'équivalence* ; sans pour l'instant entrer dans des détails formels, rappelons que les logiciens caractérisent ces relations (notées $R\hat{a}b$ ²) par la *réflexivité* $((x).Rxx)$, la *symétrie* $((x)(y).Rxy \Leftrightarrow Ryx)$ et la *transitivité* $((x)(y)(z).Rxy.Ryz. \Rightarrow Rxz)$. Il faut en particulier se méfier des similitudes intransitives.

Les confusions entre l'identité et certaines similitudes ne sont pas rares. Il y en a de deux sortes.

Considérons en premier lieu la tendance naturelle aux généralisations, à l'identification des semblables, que Nietzsche formule ainsi:

«Gleichheit und Ähnlichkeit.

1. Das Größere Organ sieht viele scheinbare Gleichheit;
2. der Geist *will* Gleichheit, d.h. einen Sinneneindruck subsumieren unter einer vorhandenen Reihe: ebenso wie der Körper Unorganisches sich *assimiliert* »³.

Il s'agit de la forme bénigne de cette assimilation lorsque vous demandez au tailleur "le même gilet que le client précédent" sans pour autant songer à priver celui-ci de son habit; la question est plus grave lorsque vous prétendez que ce tailleur est le même que celui à qui vous avez acheté une chemise la semaine précédente; nous avons alors affaire à la génidentité, que nous traiterons à part.

Venons-en à la deuxième sorte de réduction de l'identité à une similitude, d'ordre logique cette fois. Il s'agit de toute une doctrine, qui mène en dernier lieu à la théorie de la relativité de l'identité. Une première approche est donnée par F.Waisman⁴, qui soutient que toute proposition d'identité (Identitätsaussage) est constituée de deux

¹A.Rey, *Robert historique*, 1992.

²De façon générale, j'utilise un formalisme standard avec la convention "=" pour l'identité et "≐" pour l'identité définitoire (" \Leftarrow ", " \Leftrightarrow " et " \Rightarrow " pour les relations d'implication).

³F.Nietzsche, *Aus dem Nachlaß der 80er Jahre* (La volonté de puissance).

⁴F.Waismann, *Über den Begriff der Identität*, Erkenntnis 6/1936.

volets: a) le choix arbitraire d'un critère d'identité; b) l'affirmation de l'identité ainsi définie. Nous voyons qu'il s'agit exactement là d'une relation d'équivalence définie par un abstracteur de classe. F. Waismann avait particulièrement dans son collimateur une certaine conception de l'identité absolue, que Carnap⁵ formule ainsi: «Die Identität wird im gewöhnlichem Sprachgebrauch, auch in dem der Wissenschaft, *nicht in ihrem strengen Sinn genommen*. Auch Gegenstände, die nicht im streng logischen Sinn identisch sind, pflegt man sprachlich als identisch zu behandeln.» Il est cependant manifeste que Waismann se laisse égarer par les difficultés de la génidentité; en effet, face à toutes les similitudes aux critères arbitraires qu'il voudra proposer, ses adversaires pourront lui présenter le produit logique de toutes ces similitudes comme une identité relativement aux critères ainsi énoncés.

C'est donc dans une version améliorée que cette idée refait son apparition dans la théorie de la relativité de l'identité. P.T. Geach l'énonce de la manière suivante⁶: dire que A est le même que B est un énoncé incomplet; il faut dire: «A est le même F que B». Exemple: le syndic de ce village est une autre personnalité officielle que le directeur de la banque locale, mais il s'agit de la même personne physique⁷.

On peut concevoir deux interprétations de cette théorie. La première est triviale: c'est comprendre qu'elle exige que l'on n'identifie que deux représentants du même *genus proximum*, ce qui ne peut en aucun cas conduire à une prolifération des identités. La seconde, celle que Geach avait à l'esprit (comme le montre la suite de son article), se laisse en fait réduire à cette première interprétation. Elle suppose en effet que A et B sont les mêmes F, mais pas les mêmes G. Dans ce cas, de deux choses l'une: ou bien F et G sont des concepts appartenant à la même théorie, et alors on ne peut avoir deux identités non simultanément vraies (ce qui est une propriété de toutes les définitions de l'identité). Ou alors F et G sont des concepts appartenant à deux théories différentes, respectivement T et T' (l'idée de l'auteur), et alors c'est un abus de langage de parler de A et B relativement à F *et* à G (donc à T et à T'), à moins que $T \subset T'$ ou que $T \supset T'$; dans le premier cas, F n'est plus qu'une similitude, et dans le second, nous allons démontrer au chapitre suivant que les hypothèses $A =_F B$ et $A \neq_G B$ sont contradictoires.

Quant à l'exemple cité plus haut, sa solution deviendra évidente lorsque nous aurons abordé la référence.

⁵R. Carnap, *Der logische Aufbau der Welt*, Berlin 1928, p.217 (cité par F.W.).

⁶P.T. Geach, *Identity*, *The Review of Metaphysics* 12/1967.

⁷Geach rappelle que Locke avait vaguement évoqué une telle relativisation dans *An Essay Concerning Human Understanding*; il concède cependant qu'à ce jeu-là l'Essay devient un vrai self-service.

Pour donner au lecteur l'occasion d'appliquer ce qui vient d'être dit, soumettons encore à son attention cette idée de Wittgenstein⁸: on pourrait apprendre le sens de «même» différemment selon qu'on l'apprend relativement à des couleurs, des schémas ou des notes.

Il y a toutefois une façon positive d'examiner les rapports entre identité et similitude. Donnons à nouveau la parole à Nietzsche:

«Der überwiegende Hang aber, das Ähnliche als gleich zu behandeln, (...) hat erst alle Grundlage der Logik geschaffen»⁹.

En effet, ainsi que l'a notamment montré P.Lorenzen¹⁰ (sous des aspects de conceptualisme bon enfant), le processus général d'abstraction passe par les relations d'équivalence. Il faut avouer que l'idée n'est pas tout à fait nouvelle¹¹, puisqu'une relation d'équivalence équivaut à une partition et qu'on peut par là lui associer un ensemble d'abstraeurs de classe; d'ailleurs, pour un mathématicien, rassembler, c'est subsumer!

⁸L.Wittgenstein, *Le Cahier brun*, II, 4.

⁹F.Nietzsche, *La gaya scienza*, livre III, 111.

¹⁰P.Lorenzen, *Gleichheit und Abstraktion*, Ratio 4/1962.

¹¹Elle transparaît d'ailleurs assez clairement des *Grundlagen der Arithmetik* de Frege.

Les définitions de l'identité

Toutes les définitions classiques de l'identité se laissent situer par rapport à Leibniz. Il est cependant regrettable que certains auteurs confondent sa définition avec le principe de l'identité des indiscernables (qui apparaît notamment dans la lettre à Arnaud du 30 avril 1687). Voyons donc cette définition:

«Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate»¹².

Soit: $a=b \triangleq (\varphi). \varphi a \Leftrightarrow \varphi b$.

Du point de vue de la théorie des types, le " (φ) " est évidemment irrecevable, nous allons donc régler son cas avant de poursuivre.

Si l'on considère une logique du $(i+1)$ ème ordre, on peut définir

$a=_i b \triangleq (\varphi)_i. \varphi a \Leftrightarrow \varphi a$, où $(\varphi)_i$ est la quantification universelle portant sur les fonctions d'ordre i - elle est conséquemment autorisée. Il semblerait donc que l'on ait réintroduit une multiplicité de l'identité, comme paraît l'indiquer Russell¹³. On peut ici présenter deux résultats, que je donne sous forme de théorèmes.

D'abord, assurons-nous qu'il n'y a bien qu'une seule identité par ordre. Pour cela, procédons apagogiquement et supposons qu'il y en ait deux: " $=_i^1$ " et " $=_i^2$ ". Le premier théorème est une généralisation de celui dont Quine¹⁴ a donné une démonstration que les circonstances rendaient un peu moins triviale.

Θ1) $a=_i^1 b \Leftrightarrow a=_i^2 b$.

Preuve: $a=_i^1 b \triangleq (\varphi)_i. \varphi a \Leftrightarrow \varphi a \triangleq a=_i^2 b$.

Voici le second:

Θ2) $(m \in \mathbb{N})(n \in \mathbb{N})(a)(b): a=_m b. m \geq n \Rightarrow a=_n b$.

En mots: L'identité d'un ordre donné implique les identités de tous les ordres inférieurs. Voici une preuve par récurrence sur n :

notons $\tau_{y_i} \hat{x}$ la fonction d'ordre $i+1$ définie par: $\tau_{y_i} x \triangleq y =_i x$. Par hypothèse de récurrence, $a=_\psi b$, donc $(\varphi)_\psi. \varphi a \Leftrightarrow \varphi b$. De plus, $\tau_{y_{\psi-1}} \hat{x}$ étant d'ordre ψ , on peut l'affecter à φ . On a donc:

$a=_\psi^{-1} a \Leftrightarrow a=_\psi^{-1} b$. Or, par la réflexivité de " \Leftrightarrow " dans la définition de $a=_i b$, $a=_\psi^{-1} a$ est vrai; d'où il suit $a=_\psi^{-1} b$, ce qui achève notre démonstration.

Nous nous trouvons donc dans la situation suivante: il y a une sorte de hiérarchie des identités, et toute identité d'un ordre donné implique celles qui lui sont inférieures. Malheureusement, à ce stade, rien ne nous permet d'inférer l'ensemble des identités à partir d'une seule d'entre

¹²G.W.Leibniz, *Les écrits philosophiques*, VII.

¹³B.Russell, *La théorie des types logiques*, Revue de métaphysique et de morale 3/1910.

¹⁴W.v.O.Quine, *La philosophie de la logique*, ch. V.

elles; l'identité absolue semble donc compromise. Il y a deux solutions à ce problème. La première peut paraître peu élégante, car elle passe par l'introduction du célèbre axiome de réductibilité. Il ne faut toutefois pas oublier que cet axiome est déjà impliqué par la seule hypothèse de l'existence des classes. Russell a évoqué cette question¹⁵; il est de toute façon clair que si une identité d'un ordre i se laisse réduire à une fonction d'ordre $j \leq i$, il s'agira bien de $\tau y_j - 1 \hat{x}$, sans quoi la définition de $\tau y_i \hat{x}$ ne serait plus vérifiée.

L'autre solution est plus fondamentale et ne nécessite aucun axiome; elle sera proposée au paragraphe sur la référence.

Maintenant que le problème du " (φ) " est réglé, nous écrivons à nouveau " $a=b$ ".

Nous pouvons grâce au théorème $\Theta 1$ achever de montrer l'inutilité de la conception geachéenne de l'identité relative; il restait à montrer que si $T \supset T'$, les hypothèses $A =_F B$ et $A \neq_G B$ sont contradictoires. Considérons pour ce faire la restriction de F à T' et l'identité qui en résulte: $A =_{F|T'} B$. Puisque le *definiens* de l'identité est universellement quantifié, une restriction ne peut en faire passer la valeur de vérité du vrai au faux¹⁶ (de même qu'une extension ne rend pas fausse une expression existentiellement quantifiée). Or, par $\Theta 1$:

$A =_{F|T'} B \Leftrightarrow A =_G B$. Ce qui contredit l'hypothèse.

Revenons aux définitions de l'identité.

La définition des *Principia* revient à celle de Leibniz, eu égard aux précautions mentionnées: les auteurs éliminent en effet du corps de l'ouvrage le problème de la multiplicité des identités en limitant la définition aux fonctions prédicatives (ce qui est précisément justifiable par l'axiome de réductibilité). Voici donc cette définition, donnée au numéro *13.01:

$x=y. =: (\varphi): \varphi!x. \supset. \varphi!y$ Def¹⁷.

En revanche, de nombreux auteurs donnent un schéma axiomatique qui revient d'une façon ou d'une autre à celui-ci:

1) $x=x$.

2) $x=y. \Rightarrow. fx \Rightarrow fy$.

Le deuxième est fréquemment donné sous d'autres formes, par exemple $\sim.x=y.fx.\sim fy$ ¹⁸. Il est important d'ajouter que toutes les quantifications universelles sont sous-entendues. Parmi les auteurs

¹⁵B.Russell et A.N.Whitehead, *Principia Mathematica*, ch. II de l'introduction à la première édition, §6.

¹⁶L'inverse étant évidemment possible.

¹⁷Dans notre notation: $x=y. \hat{=} (\varphi). \varphi!x \Rightarrow \varphi!y$. Le fait que l'on ait un " \Rightarrow " au lieu du " \Leftrightarrow " de Leibniz est, comme nous allons le voir, sans incidence.

¹⁸Pour augmenter la rigueur du symbolisme des *Principia*, je considère " \sim " comme un signe admettant à sa droite un ensemble de points du 1^{er} groupe.

qui donnent ces axiomes, je citerai: Gödel¹⁹, Henkin²⁰, Hilbert²¹ et Quine²². Nous allons analyser les rapports de cette façon de donner l'identité avec celle de Leibniz.

En premier lieu, la quantification sur f rend 2) équivalent à:

$$2') \quad x=y. \Rightarrow .fx \Leftrightarrow fy.$$

En effet, il est immédiat que 2') implique 2). Inversément, 2) entraîne que pour toute $\varphi\hat{x}$ particulière, $x=y. \Rightarrow .\varphi x \Rightarrow \varphi y$; or $\sim\varphi\hat{x}$ est aussi du domaine de f. Donc $x=y. \Rightarrow .\sim fx \Rightarrow \sim fy$, d'où:

$$2'') \quad x=y. \Rightarrow .fx \Leftarrow fy.$$

2) et 2'') impliquent 2').

Quant à la définition leibnizienne, elle peut s'écrire comme la conjonction de 2') et de 3), où:

$$3) \quad x=y. \Leftarrow .fx \Leftrightarrow fy. \text{ (avec mêmes quantifications).}$$

Comme déjà mentionné, 1) découle de la réflexivité de " \Leftrightarrow ", sa présence est donc uniquement liée à la configuration des axiomes du calcul équivalentiel.

La question est donc la suivante: est-ce que la caractérisation assez fréquente de l'identité par 2) est équivalente à la définition leibnizienne (par 3) et 2'), donc 2)) ? Ce point est d'importance; en effet, les membres 2) et 3) peuvent être appelés respectivement principe de substitutivité des identiques (Frege; Quine: indiscernabilité des identiques) et principe d'identité des indiscernables (Leibniz). Le second est étonnamment fertile en gloses: est-il oui ou non de nécessité logique ? Sa forme «physico-ontologique» sera discutée plus bas; quant à sa forme logique, elle ne présente aucune difficulté particulière, nonobstant les innombrables spéculations dont elle a fait l'objet.

Si l'on part en effet de la définition $a=b. \triangleq .(\varphi). \varphi a \Leftrightarrow \varphi b$ qui est une identité entre membres logiques et donc équivaut à une équijonction définitoire, on peut réécrire dans l'autre notation:

$$x=y. \Leftrightarrow .fx \Leftrightarrow fy.$$

on obtient immédiatement les deux principes:

$$x=y. \Rightarrow .fx \Leftrightarrow fy \text{ et } x=y. \Leftarrow .fx \Leftrightarrow fy.$$

Il n'y a pas même lieu de faire intervenir le principe de raison suffisante.

Si l'on part des axiomes 1) et 2), l'affaire est moins simple. En effet, la définition de l'identité n'est plus alors une règle de

¹⁹K.Gödel, *Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls*, Monatshefte für Mathematik und Physik, 37/1930.

²⁰C.Henkin, *The Completeness of the First Order Funktional Calculus*, The Journal of Symbolic Logic, 14/1949.

²¹D.Hilbert, *Über das Unendliche*, Math. Annalen, 95/1926.

²²W.v.O.Quine, *La philosophie de la logique*, loc.cit.

substitution formelle (l'identité définitoire symbolisée par " \triangleq "), mais une définition par postulat. Il faut donc commencer par donner une preuve de consistance, ce qui a été fait par certains des auteurs susnommés. Cela réglé, nous pouvons montrer que ces axiomes sont équivalents à la définition leibnizienne. En effet:

2) \Rightarrow 2') $x=y \Rightarrow fx \Leftrightarrow fy$. Or, si nous n'avions pas l'équijonction $x=y \Leftrightarrow fx \Leftrightarrow fy$, il serait possible de poser $x \neq y \Rightarrow fx \Leftrightarrow fy$. La quantification nous permettrait alors d'écrire $x \neq y \Rightarrow \tau_x x \Leftrightarrow \tau_x y$, ce qui entraînerait par 1) : $x \neq y \Rightarrow x=y$, ce qui est contradictoire. En conséquence, les axiomes impliquent l'équijonction: "2) et 3)".

La conclusion que nous pouvons à présent tirer est que la définition leibnizienne est strictement équivalente à la définition moderne de l'identité, en prenant les précautions qu'exige la théorie des types. De plus, dans ce cadre, l'identité des indiscernables est une nécessité logique.

Pour clore le thème des définitions de l'identité, deux remarques.

D'abord Aristote: malgré quelques flottements dans sa conception de l'identité sur lesquels nous reviendrons brièvement, on trouve dans les Réfutations Sophistiques²³ un passage que l'on peut considérer comme un analogue de 2'): «A deux choses qui sont indistinguables et unes en essence, on accorde généralement qu'appartiennent les mêmes attributs».

Puis revenons à Quine²⁴, qui propose une définition originale:

$x=y \triangleq (z): z \in x \Leftrightarrow z \in y$, avec " \in " au sens large ($x \in x$) pour permettre de définir l'identité entre individus. Il est à remarquer que dans ce cas $x \neq \{x\} \neq \{\{x\}\} \neq \dots$, contrairement à ce que prétend Quine!

Ajoutons à ce propos qu'il serait aisé de bâtir un «ensemblisme projectif» qui ne tiendrait effectivement compte que des «contenus» au sens intuitif, à la plus grande joie des écoliers qui, précisément, rechignent tant à distinguer x de $\{x\}$. Son axiomatique ressemblerait à ceci:

- A0 $a \in a$.
- A1 $a \in b \cdot b \in c \Rightarrow a \in c$.
- A2 $a \in b \cup a$.
- A3 $a \in b \Leftrightarrow a \cup b \in b$.
- A4 $a \cup b \cdot c \in a \cup c \cup b : a \cup c \cup b : c : a \cup b \cdot c$
- D0 $a \equiv b \triangleq a \in b \cdot b \in a$.

Il est aisé de vérifier que nous avons ainsi défini une structure de lattice - que l'on peut compléter en une algèbre de Boole.

²³Aristote, Réf. Soph. 24, 179a 37sqq.

²⁴W.v.O. Quine, *Mathematical Logic*, §25.

Quelques formalités

«(C'est là la caractéristique même de la question métaphysique: le fait qu'une incertitude dans la logique grammaticale du langage nous est présentée sous les apparences formelles d'un problème scientifique)»²⁵.

Avant de continuer, il faut faire une petite escale pour se débarasser d'un certain nombre d'hallucinations logiques qui hantent trop de textes. Commençons par un revenant.

Il est fréquent de rencontrer des formules chargées de triangles, de losanges et de carrés: c'est la famille des modes (p.ex. *possible*, *impossible*, *contingens*, *necessarium*). Déjà Łukasiewicz a montré que ces modes sont incompatibles avec la logique ordinaire²⁶; Quine l'a noté à plusieurs reprises; J.Woods l'a encore récemment répété²⁷; ils fleurissent cependant. Il est pourtant irréfutablement établi qu'une logique bivalente et extensionnelle n'admet que la solution triviale suivante: tout ce qui est possible est nécessaire, tout ce qui est contingent est impossible ($\forall p \Leftrightarrow \sim \nabla \sim p \Leftrightarrow p$; $\nabla \sim p \Leftrightarrow \sim \nabla p \Leftrightarrow \sim p$)²⁸: la logique modale est une logique morale. Il est du moins illégitime et porteur d'errances de l'introduire dans des traitements *de facto* extensionnels de l'identité; en effet, même dans le système de Feys, qui est pourtant sans doute le plus satisfaisant sur le plan formel, il y a une incompatibilité inévitable entre l'identité définie et l'identité de la métalogue opératoire.

Il y a aussi cette idée que l'identité n'est pas une relation d'équivalence. Pourtant, elle est bien réflexive, symétrique et transitive. Mais cela ne suffit pas à tout le monde: en effet, D.Wiggins²⁹ produit l'argument suivant³⁰: si l'on définit une relation d'équivalence sur un ensemble E par un sous-ensemble de ExE, comment définir les éléments de ExE ? Avec la forme {a,b}, tous les éléments du sous-ensemble correspondant à l'identité sont des singletons, or des proposition numériques ne peuvent avoir des

²⁵L.Wittgenstein, *Le Cahier brun*.

²⁶Comptes rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, 1930: *Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls*, dont une traduction anglaise de H.Weber a paru dans le recueil *Polish Logic* édité par Storrs McCall (Oxford 1967).

²⁷J.Woods, *Essentialism, Self-Identity, and Quantifying In*.

²⁸Il est en effet facile de se convaincre que la supposition de non-trivialité des modes entraîne la proposition suivante: $(\exists p, q). \nabla p. \nabla \sim p. \sim \nabla q$, qui est en contradiction avec le principe d'extensionnalité. Je me réserve pour un autre article de discuter de l'opportunité d'une interprétation modale des logiques multivaluées et surtout de la problématique justification intensionnelle de fonctions modales.

²⁹D.Wiggins, *Identity Statements*, Analytical Philosophy Second Series, Oxford 1965.

³⁰Parmi quelques autres objections qui m'ont parues de moindre portée.

individus pour sujet logique³¹. Alors, poursuit-il, faisons comme la plupart des mathématiciens et définissons $E \times E$ par l'ensemble des paires ordonnées $\langle a, b \rangle$. Mais qu'est-ce que $\langle a, b \rangle$? D'après la définition (classique) de Kuratowsky, $\langle a, b \rangle \triangleq \{\{a, b\}, \{a\}\}$. Or si $a=b$ on retrouve un singleton: $\{\{a\}\}$.

Cet argument peut être réfuté à tous ses niveaux.

Premièrement, de façon tout à fait générale, on peut définir pour toute ("vraie") relation d'équivalence sur un sous-ensemble F de E une nouvelle ("vraie") relation d'équivalence sur E composée de la disjonction logique de celle sur F et de l'identité sur E . Or, dès qu'un des membres de cette relation appartient à $E \setminus F$, elle tombe sous le coup de l'argument de Wiggins, ce qui étendrait son anathème et les supposés problèmes à toute une famille de relations d'équivalence pourtant très respectables.

Et secondement, si la définition de $\langle a, b \rangle$ par Kuratowsky ne suffit pas à le rassurer, j'en propose ici deux autres qui n'ont pas l'inconvénient de se transmuter en singletons: $\langle a, b \rangle \triangleq \{\{a, b\}, a\}$ et $\langle a, b \rangle \triangleq \{\{a, b\}, \{\{b\}\}\}$.

Signalons à ce propos que dans son quasi-dictionnaire *Quiddités*, Quine avait déjà attiré l'attention sur le risque de confondre $\langle x, x \rangle$ avec $\{x\}$, sans toutefois relever qu'avec une définition visant à minimiser le coût ontologique ce risque devenait effectif (sous la forme, bien entendu, d'une confusion avec $\{\{x\}\}$).

Pour en terminer avec les théories baroques que l'identité à inspirées, citons en exemple de tant d'autres l'étrange travail de W.Ruddick³² qui nous invite à ne pas lire les équations physiques comme des égalités ou identités mathématiques, mais comme des «identifications» non symétriques. «To identify A *with* B», écrit-il en substance, n'est pas «to identify A *and* B». Exemple: $E=mc^2$ ne dirait

³¹Cette idée frégréenne est en soi capitale, notamment parce qu'elle rend possible la distinction entre x et $\{x\}$ (et donc entre \in et \subset) pour laquelle Russell a si souvent loué Peano; ironie du sort, puisque c'est bien Russell qui a donné un généreux coup d'envoi à la réhabilitation de Frege par son appendice A aux *Principes de la mathématique*. Cette distinction n'avait pourtant pas échappé à Frege, puisqu'il écrit: «Ich füge hinzu, daß ein Begriff dadurch nicht aufhört, Begriff zu sein, daß nur ein einzelnes Ding unter ihn fällt.» (*Grundlagen...* III, 4 (§51)). Ou encore, dans le cas de multipletons, il déplore que «(...) dasselbe Wort dient zur Bezeichnung eines Begriffes und eines einzelnen unter diesen fallenden Gegenstandes. Überhaupt ist kein Unterschied zwischen Begriff und einzelner ausgeprägt.» (*Über die wissenschaftliche Bedeutung einer Begriffsschrift*). Et enfin, en ce qui concerne la distinction entre \subset et \in : «So kann man einen Begriff unter einen höheren, so zu sagen einen Begriff zweiter Ordnung fallen lassen. Dies Verhältnis ist aber nicht mit der Unterordnung zu verwechseln.» (*Grundlagen...* III, 4 (§53); c'est moi qui souligne).

³²W.Ruddick, *Physical Equations and Identity*.

pas que l'on arrive seulement au même résultat selon que l'on mesure E ou mc^2 mais qu'il y a de la «massergy». En fait, l'équation montrerait que la masse, c'est de l'énergie.

Tout cela découle de la confusion entre les présupposés d'une théorie et ses équations. W.Ruddick oublie que $E=mc^2$ n'exprime rien qui ne soit contenu dans les bases qu'Einstein s'est données. Certes, cette équation rend manifeste une relation qui ne saute pas aux yeux d'un physicien normalement constitué, mais elle est conceptuellement vide de sens, comme l'est le théorème de Pythagore lorsque Hilbert a fini de poser ses axiomes et définitions. Passons sur l'asymétrie de la relation que décrit Ruddick, selon laquelle $E=mc^2$ nous apprend que la masse, c'est de l'énergie, mais sans doute pas que l'énergie, c'est de la masse. Et si l'auteur était cohérent avec lui-même, il serait obligé, après avoir résolu quelque équation élémentaire et trouvé que $x=7$, de clamer sa découverte: les lettres sont des nombres - pour avoir oublié ce qu'est une variable.

Combien plus de bon sens y a-t-il dans la formule de Poincaré: «Les masses sont des coefficients qu'il est commode d'introduire dans les calculs»³³.

Théorie et pratique de la génidentité

Quand nous parlons d'identité dans la vie courante, il s'agit souvent de génidentité: la relation qu'il y a entre un objet et «lui-même à un autre instant». Exemple: je vois chaque matin le *même* facteur, les touristes photographient les *mêmes* pierres que voyaient les Hellènes. A strictement parler, "je" contient aussi une génidentité dont nous reparlerons. Les sophistes avaient déjà remarqué les difficultés inhérentes à cette notion; je vais reprendre leur exemple du bateau de Thésée, car on n'a guère fait mieux depuis.

Le bateau de Thésée a parfois besoin de quelques petites réparations; en particulier, il arrive qu'il faille changer une pièce. Mais le travail est toujours accompli avec grand soin, de sorte que l'on ne voie pas la différence. Un beau jour, il se trouve que depuis le lancement du bateau, toutes les pièces ont été changées. Mais n'est-ce pas toujours le bateau de Thésée ? Malheureusement, un homme consciencieux a récupéré toutes les pièces qui ont été enlevées au navire et les a assemblées selon le plan original. N'est-ce pas lui qui est alors en possession du bateau de Thésée ?

Il faut analyser la génidentité en détail. Supposons en premier lieu que l'on puisse théoriquement établir pour chaque particule élémentaire³⁴ «laquelle elle était» à un autre moment (nous verrons

³³H. Poincaré, *La science et l'hypothèse*.

³⁴Au sens propre d'*atome*, d'élément premier, de constituant *ultime*. L'existence de ces entités, plus même! la validité de ce concept est évidemment une hypothèse de travail discutable malgré sa fécondité. Cependant, son côté problématique

plus loin ce que vaut cette hypothèse). Oublions de plus un instant que ces particules puissent apparaître et disparaître. Il appert alors que la génidentité des particules élémentaires est une relation d'équivalence. Même dans ce cas idéalisé, on ne saurait y voir la vraie identité, puisque la différence temporelle, bien que souvent considérée comme propriété externe, suffit à discerner une particule de ses avatars antérieurs ou postérieurs: rien ne permet d'exclure *a priori* la fonction $\phi_{\hat{x}}$: "au temps t , \hat{x} est un objet de l'univers" de notre quantification.

J'appelle cette relation d'équivalence la *génidentité élémentaire*. Dès que nous passons à des objets complexes, nous pouvons définir leur génidentité élémentaire comme le produit logique de celles de leurs constituants élémentaires. Nous ne constatons pour ainsi dire *jamais* de génidentité élémentaire lorsque nous utilisons les mots "identique" ou "même". En effet, le facteur de ce matin a certainement perdu quelques cheveux et assimilé quelques aliments depuis hier. Et je ne parle pas des pierres de l'Acropole. C'est très précisément de génidentité élémentaire que parlait Héraclite en disant: «On n'entre pas deux fois dans le même fleuve».

En fait, nous nous servons dans notre langage d'une autre génidentité, que j'appelle la *génidentité fonctionnelle*, et qui est une notion non extensive par rapport aux éléments. La génidentité fonctionnelle est la communauté d'un certain nombre (le plus grand possible) d'attributs pour des objets appartenant à des temps différents. Comme nous le verrons encore en discutant à nouveau le *principium identitatis indiscernibilium*, les critères doivent si possible être assez fins pour éviter que deux objets différents et simultanés soient appelés génidentiques.

Exemple de génidentité fonctionnelle: "être un bateau de telle ou telle forme sur lequel se trouve Thésée ou un ayant droit (ou un prenant-droit)". Ou bien: "porter des lettres, une moustache et un képi". On peut métaphoriquement nommer de tels critères des abstraiteurs de classe dynamiques. La génidentité stricte est une relation d'équivalence.

La distinction entre ces génidentités résout tous les paradoxes classiques. Le bateau dont se sert Thésée est fonctionnellement génidentique à celui du lancement et à tous les bateaux intermédiaires; celui du recycleur est élémentairement génidentique au bateau du lancement si l'on admet que les planches sont des particules élémentaires qui ne moisissent pas. On n'entre jamais deux fois dans le élémentairement-même fleuve, mais bien dans le fonctionnellement-même fleuve.

n'entame en rien notre raisonnement, car en refusant ce concept, on n'en sera conduit que plus directement à la conclusion qui clôt le chapitre suivant.

Il reste qu'en pratique une génidentité élémentaire n'est jamais constatée; de plus, on n'a souvent qu'une similitude intransitive au lieu d'une génidentité fonctionnelle. En effet, les cas de vraie génidentité sont par trop rares au goût de l'homme, qui en a pourtant un besoin absolu: d'abord pour assurer sa propre stabilité (c'est la nécessité de la génidentité du "je" placé par exemple devant un verbe au passé) quasiment au sens du «nombril métaphysique» de Witkiewicz³⁵, ensuite pour lui permettre d'exercer son entendement; déjà chez Parménide, le νοῦς ne peut saisir que des étants stables; chez Platon, l'ἐπιστήμη est la saisie de ce qui est stable; et pour Nietzsche «Der Satz von der Identität hat als Hintergrund den "Augenschein", daß es gleiche Dinge gibt. Eine werdende Welt könnte im strengen Sinne nicht "begriffen", nicht "erkannt" werden»³⁶.

On peut ajouter que puisque la génidentité fonctionnelle prend le pas sur la génidentité élémentaire à mesure que la complexité augmente, elle est l'instrument idéal pour désigner les organisations supérieures. C'est ainsi que l'on peut comprendre la phrase de Schopenhauer³⁷ «Sa vie (...) est faite précisément d'un changement constant de matière, dans une forme qui persiste». Pour l'échange de matière, il y a un mot: métabolisme. Et Schrödinger³⁸ pose précisément le métabolisme comme définition de la vie dans un sens large; ainsi la flamme est-elle pour lui l'exemple par excellence d'une vie simple. Pour ma part, je me contente de remarquer qu'elle est un parfait exemple de génidentité fonctionnelle mais non élémentaire.

Génidentité des éléments

Il s'agit à présent d'examiner dans quelle mesure l'hypothèse faite plus haut sur la génidentité des particules élémentaires est justifiée. En quoi pourrait bien consister la génidentité élémentaire d'une particule élémentaire ? La plupart des auteurs répondent: continuité spatio-temporelle. Ce n'est pas assez précis. Cette idée de continuité spatio-temporelle revient à dire que l'on considère des lignes d'univers quadridimensionnelles continues comme classes d'équivalence. Il faut à mon avis distinguer la génidentité élémentaire *conceptuelle* des particules élémentaires de son homologue *phénoménologique*. L'affirmation de la génidentité conceptuelle est le déterminisme symétrique, qui garantit la transitivité temporelle. L'affirmation de la génidentité phénoménologique contient effectivement la continuité spatio-temporelle; mais dans son acception courante, elle contient plus que cela; à savoir l'explicitabilité horaire, c'est-à-dire l'idée qu'une particule élémentaire

³⁵S.I.Witkiewicz, principalement *L'adieu à l'automne* et *L'inassouvissement*.

³⁶F.Nietzsche, *Aus dem Nachlaß der 80er Jahre* (La volonté de puissance).

³⁷Cité par Schrödinger, loc. citaturo.

³⁸E.Schrödinger, *Ma conception du monde*, partie 1, ch. VIII.

est à un seul endroit à la fois. Un équivalent macroscopique et fonctionnel en est le suivant: pour *identifier* un coupable, on demande au suspect un *alibi*, jamais un *alias*. En effet, s'il peut prouver qu'il était ailleurs au moment du crime, on déclarera son identification avec le criminel impossible. Par contre, s'il prouve qu'il avait déjà été sur le lieu du crime un an auparavant, la défense n'en tirera aucun argument. Ce genre d'exemples permet d'ailleurs aussi d'illustrer l'intransitivité temporelle de fait de la génidentité par le délai de prescription.

L'autre conséquence de l'explicitabilité horaire est l'interdiction faite aux particules (et *a minori* aux complexes) de «remonter dans le temps». Si j'ai relevé que cette explicitabilité n'appartenait qu'à l'acception courante de la génidentité, c'est qu'il est bien possible de la sacrifier au profit d'une simplification théorique. L'extrait³⁹ en annexe montre comment Feynman expliqua cette idée lors de la conférence qu'il donna en recevant le prix Nobel 1965 de Physique. Nous, ce qui nous intéresse, c'est précisément que l'explication antidromique du positron est une avec l'hypothèse de l'ubiquité de l'électron et avec l'abandon de l'explicitabilité horaire de la génidentité élémentaire phénoménologique des particules élémentaires.

Indépendamment de cette élégante hypothèse de Wheeler, si nous avons analysé la génidentité des éléments, c'est pour montrer que ses deux volets se heurtent à des difficultés pour le moment insurmontables: la génidentité conceptuelle au dit «indétérminisme» quantique, la génidentité phénoménologique à la non continuité spatio-temporelle des particules élémentaires, que l'on veuille l'appeler intrinsèque (délocalisation) ou même extrinsèque puisqu'une relation d'incertitude exclut *a priori* une définition effective de la continuité phénoménologique.

Il résulte de ce qui précède que la génidentité élémentaire doit de toute manière être abandonnée au profit de la génidentité fonctionnelle; cependant une génidentité fonctionnelle suffisamment stricte sur les parties d'un objet pourra passer pour une approximation de génidentité élémentaire, comme lorsque l'on considère les pièces du bateau de Thésée comme inaltérables.

De même une bonne génidentité fonctionnelle passe souvent pour l'identité, avec les conséquences que nous avons mentionnées.

Retour au principe de l'identité des indiscernables

Nous avons vu qu'avec les principales définitions de l'identité, ce principe est une vérité logique. Qu'en est-il dans les domaines plus quotidiens que nous avons qualifiés de «physico-ontologiques»? La question se pose de savoir s'il peut exister des objets spatialement

³⁹Tiré de R.Feynman, *La nature de la physique*, Points Sciences.

distincts concordant par toutes leurs propriétés internes (il ne s'agit donc plus de l'indiscernabilité au sens le plus strict). Leibniz exige en effet qu'il y ait en plus d'une différence de temps (ou de lieu) un principe interne de distinction. Notons bien qu'avec nos définitions, il n'y a pas lieu de disqualifier ces différences externes. D'ailleurs, les nombreuses tentatives⁴⁰ qui ont été faites pour établir la non significativité de telles propriétés externes se sont heurtées à l'absurdité de la différence spatiale considérée comme l'équivalent métaphysique du nombre logique, absurdité qui peut aller jusqu'à forcer l'introduction d'un axiome du choix... pour des ensembles finis. Retenons ceci: la validité du principe logique s'étend aux objets physiques si l'on conserve la même conception de l'indiscernabilité⁴¹, auquel cas deux indiscernables n'appartiennent pas au monde en tant qu'il est l'ensemble des faits - et l'analogie de ce principe en mécanique quantique est le principe d'exclusion de Pauli. Sinon, on peut être amené, comme Leibniz, à nier l'existence des atomes (entendez de particules vraiment élémentaires) par une démarche qui n'est pas sans rappeler celle de R. Lotze lorsqu'il nie les points en géométrie.

Référence, identité et opacité

Nous allons à présent aborder une discussion qui peut, selon comment elle est menée, largement clarifier ou définitivement obscurcir les questions liées à l'identité. Il s'agit de la référence.

Il est absolument indispensable de se rendre compte que l'on ne prononce ou n'écrit jamais que des mots et des signes, et non pas des «choses». Soit dit en passant, on s'économisera de longues et douloureuses théories sur la monstration en admettant que lorsque l'on montre une chose, on la *désigne* par un ensemble de *signes* liés à un ensemble de conventions; exactement comme lors d'un acte de langage.

Il s'ensuit qu'une proposition d'identité (*Identitätsaussage*, *identity-statement*), comme toute proposition, affirme quelque chose à travers des signes, des mots. C'est sa propre *signification*⁴² (et non son sens, si tant est que l'on veuille introduire cette distinction) qui procède de la signification des mots. Une seule signification pouvant être signifiée par plusieurs signes, on comprend comment introduire une notion d'identité absolue: c'est la relation liant deux signes de

⁴⁰Voir notamment la discussion ouverte dans *Mind* par un travail de M. Black, *The Identity of Indiscernibles*, *Mind* 61/1952.

⁴¹Il faut en particulier se garder de jouer sur les mots: lorsque par exemple, en physique quantique, on n'associe qu'une seule onde à un système de particules, on a en fait passé dans l'espace de configuration.

⁴²J'utilise les mots "signification" et "signifier" là où une certaine tradition préfère "dénotation" respectivement "dénoter".

même signification. C'est ici ("de même signification") que se loge une difficulté un peu vicieuse qui a amené un nombre appréciable d'auteurs à gloser sans fin sur "a=b" sans rien avancer d'essentiellement autre que des versions parfois très subtiles de l'argument que Platon prête au «premier venu»: «ὡς ἄδύνατον τὰ τε πολλὰ ἓν καὶ τὸ ἓν πολλὰ εἶναι»⁴³. D.Wiggins, par exemple, l'exprime ainsi: pour lui, expliquer que "a=b" dit que la signification de "a" est la *même* que celle de "b" conduit à une régression infinie, puisqu'alors on veut en fait dire (par définition) que la signification de "la signification de "a" " est la *même* que celle de "la signification de "b" ", etc.

C'est qu'il faut se faire à l'idée qu'une signification est précisément imprononçable, on ne peut pas *la* dire, on peut *en* parler. L'expression "la signification de "a" " est un signe de même nature et de même signification que "a"; il ne s'agit pas là d'autonymie, et on n'a pas mis a à nu en lui construisant cette périphrase, on n'a pas bougé, et il n'y a donc pas régression⁴⁴. Pour paraphraser H.Michaux, on peut dire: signification, semelle inusable pour qui n'avance pas. C'est qu'il n'y a nulle part où aller, et c'est un mauvais rêve qui est à l'origine du somnambulisme des régressistes⁴⁵.

De la même façon, lorsqu'il est question en algèbre d'objets abstraits, la confusion s'installe parfois entre les variables dites métalinguistiques et ce qu'elles représentent.

Ce type de confusions peut parfois mener à des extrémités grotesques, si par exemple on oublie que les signes sont eux-mêmes des classes d'équivalence de «avoir la même forme sur le papier» (comme le dit J.Largeault); je pense à Korzybski, qui a soutenu que

⁴³Platon, *Sophiste*, 251b.

⁴⁴Il faut en particulier se rendre compte que "la signification de "a" " n'est pas "l'"a" " .

⁴⁵J'aimerais à ce sujet me servir d'une citation de Peirce que P.-Y.Hunziker a donnée dans *La place du signe dans le projet architectonique de Ch.S.Peirce* (Revue de la Faculté des Lettres de l'Université de Lausanne): «La pensée n'est pas autre chose qu'un tissu de signes. Essayer d'arracher les signes pour atteindre la véritable signification, c'est comme essayer de peler un oignon pour atteindre le véritable oignon». Cette métaphore traduit assez heureusement l'opération Υ' par la «pelade». Il se trouve cependant que Peirce en tire des conclusions très différentes des nôtres, notamment à cause de sa «définition du signe» en termes de relations triadiques, qui réintroduit une régression. Il me semble pourtant indéniable que le signe ne peut pas être défini de cette façon, la simple idée de définition formelle menant dans ce cas à un cercle vicieux des plus graves (déjà contenu d'ailleurs dans l'emploi de termes comme "corrélat" ou "relation" dans un tel contexte). Si l'on donnait à Peirce une hache avec mission de ramener du bois, il nous proposerait sans doute le manche de la hache.

1≠1, puisque les deux 1 sont des taches d'encre spatialement distinctes; mais laissons là cette lady Macbeth de la logique.

La référence donne aussi la clé de l'histoire du syndic banquier; on peut la voir comme un exemple de plus des surprises auxquelles on s'expose en négligeant de diversifier son vocabulaire: on parle de fonctions et d'hommes dans les mêmes termes. Ou alors, et encore plus simplement, si l'on ne parle que des hommes, il ne peut plus nous surprendre de trouver deux dénominations pour un seul d'entre eux.

Les confusions référentielles n'ont pas épargné l'auteur de... *Le mot et la chose*. Quine a développé à plusieurs reprises sa théorie des contextes non référentiels, c'est-à-dire où la loi de substitutivité est mise en défaut. Son exemple classique⁴⁶ est: Tullius=Cicéron. Or Tom sait que Cicéron a dénoncé Catilina. Mais Tom ne sait pas que Tullius a dénoncé Catilina.

Il y a deux remarques à faire. D'abord, il n'entre pas dans les prétentions de la logique de rendre compte (de la totalité) des faits linguistiques (ou même sémantiques) des langues naturelles. Nous avons vu que "il est possible que p" ne devait pas être considéré comme un opérateur logique non trivial sur p.

Secondement⁴⁷, même si l'on voulait analyser logiquement les phrases de l'exemple, on verrait que dans "Tullius=Cicéron" ces mots désignent une personne, alors que dans les deux autres phrases, ils portent sur des représentations de Tom distinctes l'une de l'autre. En gardant un vocabulaire cohérent, on ne peut donc pas écrire "Tullius=Cicéron".

Il apparaît donc que toute une théorie a été bâtie sur un problème dont on connaissait somme toute déjà des analogues: insuffisance de vocabulaire additionnée d'imprécision référentielle, le tout menant à une version généralisée du paralogisme du quatrième terme.

Wittgenstein a vu très clair en matière de référence. Certains passages du *Tractatus* méritent cependant quelques remarques.

Les bases sont les mêmes que celles que j'ai exposées précédemment, avec le même vocabulaire d'inspiration frégréenne:

«3.203-Le nom signifie l'objet. L'objet est la signification du nom. (...).

3.22-Le nom dans la proposition représente l'objet.

⁴⁶W.v.O.Quine, *Le mot et la chose*, ch. IV (*les caprices de la référence*) §30 (*l'opacité référentielle*).

⁴⁷Et j'aimerais insister sur le fait que cette deuxième remarque garde toute sa validité indépendamment du débat sur l'extensionnalité de la logique. En effet, il convient d'éviter l'amalgame entre intensionnalité et opacité référentielle, qui sont deux choses liées mais non confondues.

3.221-Je ne puis que *nommer* les objets. (...). Je ne puis que parler *des* objets, je ne saurais les *prononcer*. (...)»⁴⁸.

Plus loin, il écrit que "a=b" n'affirme rien «quant à la signification des signes a et b». Dans le texte original («die Bedeutung der Zeichen "a","b" »), l'ambiguïté sur la distributivité du terme "la signification" est un peu moins marquée.

A partir du 5.5302, Wittgenstein attaque le symbole "=" de front avec la fameuse phrase dont Russell fut le premier ébranlé (voir sa préface): «La définition de Russell de "=" ne suffit pas; parce que selon elle, on ne peut pas dire que deux objets ont toutes leurs propriétés en commun. ([or] Même si cette proposition n'est jamais vraie, elle n'en a pas moins un *sens*).» Or précisément, la définition de Russell permet cette assertion, puisque même "la chose" ou "deux choses" sont des signes: *ecce iterum Crispinus!*

Par la suite, Wittgenstein propose d'éliminer "=" en désignant l'identité par la communauté de signe. Outre que cette manoeuvre rend caduque la règle de signe définie au 4.241 (l'identité définitoire), il me semble qu'elle empêche à tout jamais un bon nombre de démonstrations (telles qu'elles sont définies au 6.1262, «La preuve en logique n'est qu'un expédient mécanique pour reconnaître plus facilement la tautologie là où elle est compliquée»), et c'est plus grave. Comment en effet démontrer tous les théorèmes d'unicité où l'on procède par l'absurde ?

L'identité et l'unité

Par le biais de la référence, nous avons déjà vu apparaître le lien intime qui lie l'identité à l'unité. L'identité est souvent nommée identité *numérique* lorsque l'on veut la distinguer de certaines similitudes; cette habitude remonte au moins à Aristote, qui, dans les Topiques⁴⁹, distingue l'identité numérique (ταὐτόν: τὸ τῷ ἀριθμῷ ἐν) des identités spécifique et générique. Peu à peu se dégage ainsi la distinction ταὐτότης/ὁμοιότης. Dans la Métaphysique⁵⁰, lorsqu'il est débattu si le ζῶον est le même dans l'homme et dans le cheval, la question est posée de la façon suivante: «(...) ἤτοι ἐν καὶ ταὐτὸν τῷ ἀριθμῷ ἔστιν ἢ ἕτερον», la première éventualité étant reprise par: «εἰ μὲν οὖν τὸ αὐτὸ καὶ ἐν (...) ὥσπερ σὺ σαυτῷ» pour bien clarifier la chose dans l'esprit du lecteur en se servant de l'irréductibilité de la réflexivité encore renforcée par l'effet psychologique qu'induit cet appel au «nombril métaphysique».

Si j'insiste sur l'expression "identité numérique", c'est que l'on pourrait considérer que l'unité est donnée par l'identité. C'est ce que

⁴⁸Traduction de Klossowski.

⁴⁹Topique I,7.

⁵⁰Métaphysique Z 1039a 27sqq.

fait par exemple Couturat⁵¹: «1 est le nombre d'éléments d'une classe dont 2 éléments quelconques sont identiques».

D'une façon plus générale, c'est un problème auquel n'échappe aucune tentative logiciste de définition de l'unité. En effet, on ne peut pas inverser le rapport en posant l'identité comme idée primitive permettant de définir formellement l'unité, puisque l'identité définitoire, même prise comme idée primitive, garde par la règle de substitution (qui est son essence) son caractère leibnizien. Lors même la définition formelle de l'identité reste permise, le cercle étant exclu *a priori* par synonymie⁵².

La célèbre définition de Burali-Forti (qui permet aux calculateurs habiles de découvrir, après 27 équations, que 1 est un nombre) s'écrit comme suit:

$$1 \triangleq T^C \{K \cup \{(u, k) \mid (u \in U_n)\} \}^{53}.$$

(Dans son formalisme que nous ne cherchons pas ici à traduire).

Il devrait être à présent clair que "1 \triangleq (quoi que ce soit)" est une pétition de principe si l'on y voit une définition de l'unité. Devant des formules comme celle de Burali-Forti, on ne peut que s'écrier, comme Kant⁵⁴ et Horace⁵⁵:

Quodcunque ostendis mihi sic incredulus odi!

⁵¹Cité par Poincaré, qui relève que la définition contient un "2".

⁵²Evidemment, si l'on ne craint ni le gaspillage ontologique ni le manque de cohésion, on peut poser les deux notions en idées primitives indépendantes.

⁵³Celle des *Principia*, que l'on peut écrire de la façon suivante: $1 \triangleq \hat{\alpha} [(\exists x) : (\phi) : \phi \neq \alpha \supset \phi \neq \hat{z} \{(\psi) : \psi \neq z \supset \psi \neq x\}]$, contient même l'identité dans son *definiens* (elle est en fait exactement équivalente à celle de Couturat).

⁵⁴I. Kant, *Prolegomènes*, §5.

⁵⁵Horace, *epist* II, 3, 188; cité par le préc.

Bibliographie d'approche

(Les références d'édition ne sont données que pour les articles)

- E.B.Allaire Things, Relations and Identity (Philosophy of Science 34/1967)*
- I.Angelelli On Identity and Interchangeability in Leibniz and Frege (Notre Dame Journal of Formal Logic 8/1967)*
- Aristote Métaphysique
Topiques
- G.Bergmann The Identity of Indiscernibles and the Formalist Definition of Truth (Mind 62/1953)*
- M.Black The Identity of Indiscernibles (Mind 61/1952)*
- S.Candlish The Inexplicability of Identity (Australasian Journal of Philosophy 49/1971)*
- R.Feynman La nature de la Physique
- G.Frege Begriffsschrift
Logische Untersuchungen
Über Begriff und Gegenstand
(Vierteljahrschrift für wissenschaftliche Philosophie 16/1892)
Grundlagen der Arithmetik
Über Sinn und Bedeutung (Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik 100/1892)*
- P.T.Geach Identity (The Review of Metaphysics 12/1967)*
- K.Grelling Identitas indiscernibilium (Erkenntnis 6/1936)*
- G.Heinzmann éd. Poincaré, Russell, Zermelo et Peano
- G.W.Leibniz Les écrits philosophiques
Nouveaux essais
Discours de Métaphysique
Correspondance avec Arnaud
- P.Lorenzen Gleichheit und Abstraktion (Ratio 4/1962)*
- M.K.Munitz éd. [Identity and individuation] *Contributions:*
 - R.Cartwright Identity and Substitutivity
 - R.M.Chisholm Problems of Identity
 - R.C.Coburn Identity and Spatio-temporal Continuity
 - E.Hirsch Essence and Identity
 - H.Hiz On the Abstractness of Individuals
 - S.Kripke Identity and Necessity
 - M.Lockwood Identity and Reference

-J.Margolis	Difficulties for Mind-Body Theories
-W.Ruddick	Physical Equations and Identity
-S.Shhoemaker	Wiggins on Identity
-J.Woods	Essentialism, Self-Identity, and Quantifying In
-J.Nelson	Relative Identity (Nous 4/1970)*
-F.Nietzsche	Aus dem Nachlaß der 80er Jahre Die fröhliche Wissenschaft
-D.Pears	The Identity of Indiscernibles (Mind 62/1953)*
-H.Poincaré	La science et l'hypothèse
-W.v.O.Quine	Le mot et la chose From a Logical Point of View Mathematical Logic La philosophie de la logique
-B.Russell	Les principes de la mathématique On denoting (Mind 14/1905) Principia mathematica La philosophie de l'atomisme logique
-E.Schrödinger	Ma conception du monde
-D.S.Shwayder	"=" (Mind 65/1956)*
-Storrs McCall éd.	Polish Logic
-D.Vernant	Introduction à la philosophie de la logique
-F.Waismann	Über den Begriff der Identität (Erkenntnis 6/1936)*
-N.P.White	Aristotle on Sameness and Oneness (The Philosophical Review 80/1971)*
-D.Wiggins	Identity-Statements (Analytical Philosophy Second Series 1965)*
-L.Wittgenstein	«Prototractatus» Tractatus logico-philosophicus Investigations philosophiques Le Cahier bleu Le Cahier Brun

* Les références suivies d'une astérisque indiquent des textes groupés (le cas échéant sous traduction allemande) dans les deux tomes de *Identität und Individuation, Logische Probleme in historischem Aufriß / Systematische Probleme in ontologischer Hinsicht* (K.Lorenz éd., 1982).

Comme sous-produit de ce même point de vue, je reçus un jour, à Princeton, un coup de téléphone de Wheeler : « Feynman, je sais pourquoi tous les électrons ont la même masse et la même charge. — Pourquoi ? — Parce que ce sont tous le même électron ! » Et il m'expliqua au bout du fil : « Supposez que les lignes d'univers dans l'espace-temps que nous avons l'habitude de considérer, au lieu d'aller toujours dans le sens du futur, forment un nœud compliqué (fig. 36). Alors, en coupant à travers ce nœud par le plan correspondant à un instant donné, nous verrions, au lieu d'une seule ligne, de très nombreuses lignes, qui représenteraient autant d'électrons, à un changement près : si sur l'un des segments, cette ligne représente un électron ordinaire, allant vers le futur, alors sur un segment où le sens est renversé et où il revient du futur, on aura le mauvais signe pour le temps propre ou pour la quadri-vitesse, ce qui revient à changer le signe de la charge et ce segment de la ligne représente donc un positron. — Mais, Monsieur, dis-je, il n'y a pas autant de positrons que d'électrons ! — Oh, peut-être sont-ils cachés dans les protons, ou quelque chose de ce genre », répondit-il. Je ne pris pas trop au sérieux l'idée que tous les électrons n'en étaient, en fait, qu'un seul, mais retins cette observation que les positrons pouvaient être simplement représentés comme des électrons allant du futur vers le passé sur un segment rétrograde de leur ligne d'univers. Cette idée, je l'ai volée !

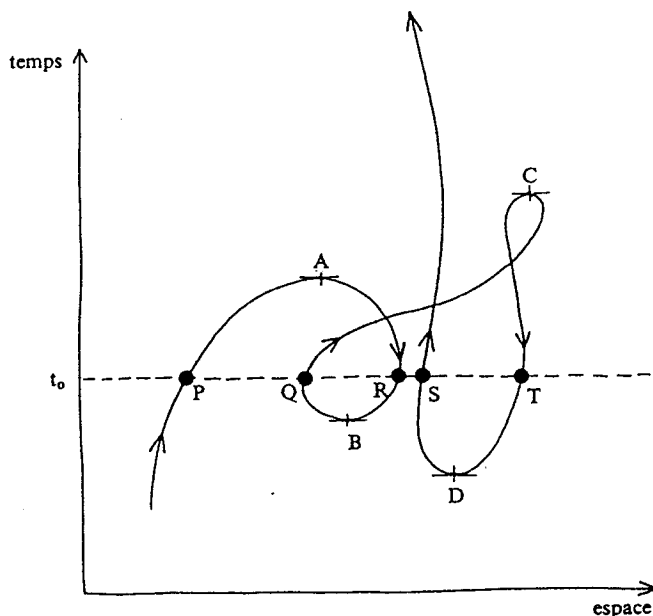


Figure 36. La ligne d'univers d'un électron capable de « remonter le temps ». Il s'agit d'un électron unique. Néanmoins, au temps t_0 , il se manifeste comme trois électrons (en P, Q, S) et deux positrons (en R, T). Autrement dit, cet électron se présente à nous, sur les segments AB et CD de sa ligne d'univers, comme un positron. En suivant le cours du temps, c'est-à-dire en « coupant » le diagramme par des lignes $t = t_0$, d'ordonnée temporelle croissante, on verrait : en D, apparaître une paire électron-positron, en B de même ; en A, le positron apparu en B s'annihile avec l'électron initial, puis en C, le positron apparu en D s'annihile avec l'électron apparu en B, et il ne subsiste que l'électron apparu en D.